PART4 仮説検定

要点① 仮説検定

「仮説検定」… ある仮説を立てて，それが成り立つかどうかを統計的に検証する手法

仮説検定の主な流れは以下の通り。

Ⅰ　主張したい仮説 H_1 を立てる。

Ⅱ　H_1 に反する仮説 H_0 を立てる。

Ⅲ　H_0 が正しいかどうかを統計的に検証し

(i) 正しくないと判断できる場合 → H_1 が正しいといえる

(ii) 正しくないとは判断できない場合 → H_1 が正しいとはいえない

仮説 H_0 を「　　　　」，仮説 H_1 を「　　　　」という。

Ⅲにおいて，帰無仮説 H_0 が正しくないと判断することを，帰無仮説を「　　　　」という。

帰無仮説が棄却されるかどうかを判断するための基準となる確率を「　　　　」(または危険率)という。帰無仮説のもとで，標本抽出の結果，またはその結果以上に極端な結果が得られる確率を求め，その確率が有意水準以下の場合，それはほとんど起こりえないと判断し，帰無仮説を棄却し，対立仮説を採択することができる。

求めた確率が有意水準より大きい場合は，帰無仮説を棄却できない。ただし，これにより帰無仮説が正しいと判断できるわけではない。

有意水準は，0.05(5%)，または 0.01(1%) とすることが多い。

例　ある1枚の硬貨を100回投げて，表が60回出た。この結果から，この硬貨は表が出やすいと判断してよいかを，有意水準を5%として検定する。

対立仮説 H_1 は「この硬貨は　　　　　　」

帰無仮説 H_0 は「この硬貨は　　　　　　　　　　」

H_0 が正しいとするとき，この硬貨を投げて表が出る回数を X とすると，X は二項分布　　　　に従う。X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = \qquad = 50, \qquad \sigma = \qquad = 5$$

$n = 100$ は十分に大きいから，X は正規分布　　　　に従うとみなしてよい。

ここで，$Z=\dfrac{X\qquad}{\qquad}$ とすると，Z は標準正規分布　　　に従う。

$X=60$ のとき，$Z=$　であるから，硬貨を 100 回投げて，表が 60 回　　　出る確率は，正規分布表より

$P(\qquad)=P(\qquad)$

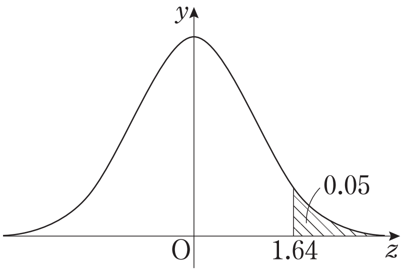
$=0.5-P(0\leqq Z\leqq 2)=0.5-0.4772=0.0228$

つまり，約 2.3% であり，有意水準 5% に比べて　　　。

よって，帰無仮説 H_0 は　　　。

したがって，この硬貨は表が出やすいと　　　。

正規分布表より $P(Z\leqq 1.64)\fallingdotseq 0.95$ であるから，$P(Z\geqq 1.64)\fallingdotseq 0.05$ である。つまり，$Z\geqq 1.64$ となる事象は，確率 5% でしか起こらない。$Z=2$ はこの範囲に含まれているから，$X=60$ は帰無仮説 H_0 のもとでは起こる可能性が低いことが起こった，ということができるため，H_0 は棄却できる。

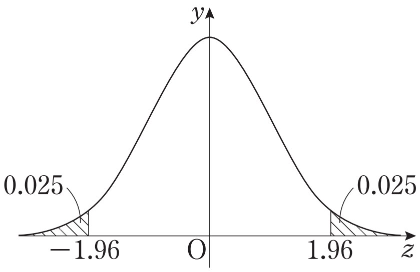


有意水準に対して，帰無仮説が棄却される確率変数の値の範囲を「 棄却域 」という。上の例においては，棄却域は $Z\geqq 1.64$ である。

「硬貨の表と裏の出方に差がある」ことを判断するために，表が出た回数が大きすぎる場合も小さすぎる場合も帰無仮説が棄却されるように，棄却域を両側にとる場合もある。有意水準 0.05 のときは

$P(-1.96\leqq Z\leqq 1.96)\fallingdotseq 0.95$

より，棄却域は $Z\leqq -1.96$，$1.96\leqq Z$ である。



4 3 人のアーティスト A，B，C は同じ程度の人気があると言われている。この 3 人のうち誰が好みかについて，無作為に選んだ 288 人に調査を行ったところ，A を選んだ人が 104 人で，B，C に比べて多かった。この結果から，A，B，C の 3 人から A を選ぶ人の割合は $\frac{1}{3}$ ではないと判断してよいか。有意水準を 5% として検定せよ。

Point Pickup

仮説検定

仮説検定の主な流れは以下

① 主張したい仮説 H_1（対立仮説）に反する仮説 H_0（帰無仮説）を立てる。

② H_0 のもとで，標本調査の結果またはそれ以上に極端な結果が得られる確率を求める。

③ ②の結果が

有意水準以下の場合 → H_0 を棄却できる。
よって，H_1 が正しいと判断できる。

有意水準より大きい場合 → H_0 を棄却できない。
よって，H_1 が正しいとは判断できない。

第 10 講　PART4 確認問題

1 ある飲料メーカーが新商品を開発した。無作為に選んだ 256 人に，この飲料を試飲してもらい，従来の商品とどちらを好むか調査を行ったところ，新商品を好む人は 142 人であった。この結果から，新商品を好む人が多いと判断してよいか，有意水準を 5%として検定せよ。

ア

ア に当てはまるものを下の①～④のうちから選べ。

① 新商品を好む人の方が多いと判断できる。

② 新商品を好む人の方が多いとは判断できない。

③ 新商品と従来の商品を好む人は同程度であると判断できる。

④ 従来の商品を好む人の方が多いと判断できる。

＜正規分布表＞

u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633

PART4 仮説検定

4 3人のアーティストA，B，Cは同じ程度の人気があると言われている。この3人のうち誰が好みかについて，無作為に選んだ288人に調査を行ったところ，Aを選んだ人が104人で，B，Cに比べて多かった。この結果から，A，B，Cの3人からAを選ぶ人の割合は $\frac{1}{3}$ ではないと判断してよいか。有意水準を5%として検定せよ。

[解答]

対立仮説 H_1 は「Aを選ぶ人の割合は $\frac{1}{3}$ ではない」である。

帰無仮説 H_0 は「Aを選ぶ人の割合は $\frac{1}{3}$」である。

H_0 が正しいとするとき，Aを選ぶ人数を X とすると，X は二項分布 $B\left(288,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=288\cdot\frac{1}{3}=96,\qquad \sigma=\sqrt{288\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}}=8$$

$n=288$ は十分に大きいから，X は正規分布 $N\left(96,\ 8^2\right)$ に従うとみなしてよい。

ここで，$Z=\dfrac{X-96}{8}$ とすると，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$X=104$ のとき，$Z=1$ であるから，288人中104人以上がAを選ぶ確率は，
正規分布表より

$$P(X\geqq 104)=P(Z\geqq 1)=0.5-P(0\leqq Z\leqq 1)=0.5-0.3413=0.1587$$

つまり，約15.9%であり，有意水準5%に比べて大きい。

よって，帰無仮説 H_0 は棄却できない。

したがって，Aを選ぶ人の割合は $\frac{1}{3}$ ではないとは判断できない。

第10講 PART4 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：①

[解説]

対立仮説 H_1 は「新商品を好む人は従来の商品を好む人よりも多い」である。

帰無仮説 H_0 は「新商品と従来の商品を好む人の人数は変わらない」である。

H_0 が正しいとするとき，新商品を選ぶ人数を X とすると，X は二項分布 $B\left(256,\ \frac{1}{2}\right)$ に従う。

X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=256\cdot\frac{1}{2}=128$$

$$\sigma=\sqrt{256\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=8$$

$n=256$ は十分に大きいから，X は正規分布 $N(128,\ 8^2)$ に従うとみなしてよい。

ここで，$Z=\frac{X-128}{8}$ とすると，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$X=142$ のとき，$Z=1.75$ であるから，256 人中 142 人以上が新商品を選ぶ確率は，正規分布表より

$$\begin{aligned}P(X\geqq 142)&=P(Z\geqq 1.75)\\&=0.5-P(0\leqq Z\leqq 1.75)\\&=0.5-0.4599=0.0401\end{aligned}$$

つまり，約4％であり，有意水準5％に比べて小さい。 [A]

よって，帰無仮説 H_0 を棄却できる。

したがって，**新商品を好む人の方が多いと判断できる。**

[A]　帰無仮説のもとで，標本調査の結果，またはそれ以上に極端な結果が得られる確率を求める。その確率が
・有意水準以下の場合
　⇒ H_0 を棄却できる
　（H_1 が正しいと判断できる）
・有意水準より大きい場合
　⇒ H_0 を棄却できない
　（H_1 が正しいとは判断できない）